
Considérations sur la théorie de Ledermann

En 1956, Sully Ledermann publiait un ouvrage en deux volumes intitulé « Alcool, alcoolisme, alcoolisation ». Dans son chapitre V : « Mesures du degré d'intoxication alcoolique d'une population », l'auteur expose une hypothèse devenue célèbre. Il entend démontrer que la consommation moyenne d'alcool d'une population en détermine la proportion de buveurs excessifs.

Le problème qu'il a tenté de résoudre est le suivant : nous connaissons, pays par pays, la quantité moyenne d'alcool pur consommé par an et par habitant, ou plus exactement la quantité totale consommée divisée par le nombre d'habitants de tous âges. Par exemple, en France, actuellement, la consommation est d'environ 11 litres d'alcool pur par an, par habitant, tous âges confondus. En revanche, nous ne connaissons pas la distribution. Nous disposons seulement de quelques enquêtes de terrain dont les résultats sont décevants.

Hypothèses de Ledermann

Ledermann écrit (p. 124) : « Si les individus étaient libres dans leur comportement vis-à-vis du vin et de l'alcool, leur répartition, selon leur consommation moyenne, aurait toutes chances de pouvoir être rattachée à une loi normale de Laplace-Gauss (figure 1). Ce qui détermine exactement une loi normale est, d'une part, la moyenne et, d'autre part, la dispersion, c'est-à-dire l'écart type. La moyenne est connue. Ledermann ajoute que la distribution commence forcément à zéro. Comme elle est symétrique, le maximum est égal au double de la moyenne.

Mais ce maximum est trop faible. Pour un pays dont la consommation moyenne serait de 5 litres par an, le maximum serait égal à 10 litres par an, ce qui n'est pas réaliste.

Ledermann poursuit son raisonnement (p. 125) : « En fait, la répartition des individus semble bien pouvoir être rattachée à une loi normale, mais à condition de prendre pour variable, non la consommation elle-même, mais le logarithme de cette consommation. Un tel changement de variable est fréquent, lorsque le phénomène considéré se développe selon un mécanisme du genre "contagion" ou "boule-de-neige". Il traduit ici le fait que le comportement de l'individu vis-à-vis du vin et de l'alcool n'est pas libre » (figure 2).

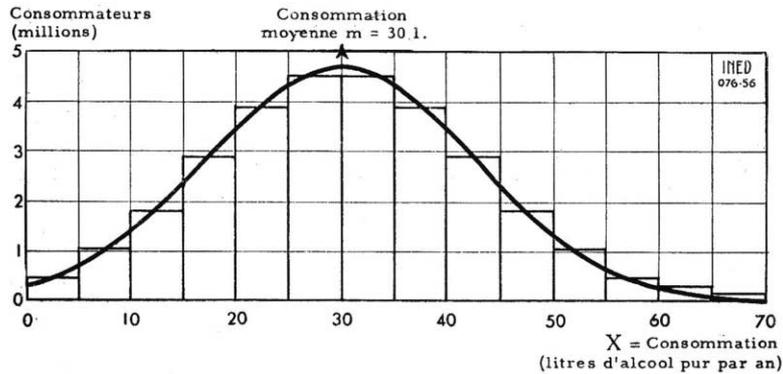


Figure 1 : Répartition attendue des 30 millions d'adultes en France selon leur consommation d'alcool, dans l'hypothèse où cette consommation se distribue en suivant une loi normale de Laplace-Gauss

La nouvelle courbe log-gaussienne est asymétrique. Comme $2 \cdot \log(m) = \log(m^2)$, le maximum est maintenant égal au carré de la moyenne.

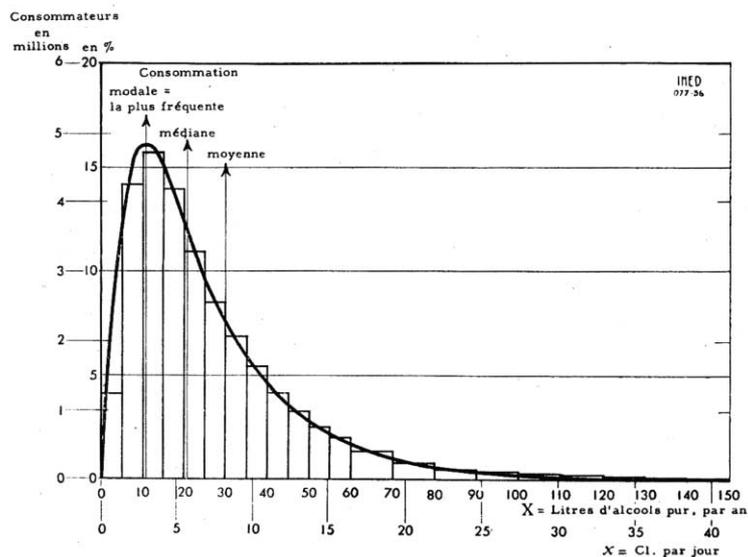


Figure 2 : Répartition attendue des 30 millions d'adultes en France selon leur consommation d'alcool, dans l'hypothèse où le logarithme de cette consommation se distribue en suivant une loi normale

478 Ledermann en tire ce qu'il appelle la « loi du carré » (p. 151) : « L'étude de la répartition des individus d'une population selon leur consommation aboutit à

la relation essentielle : la proportion des buveurs excessifs paraît croître selon le carré de la consommation moyenne, par tête, de la population à laquelle ils appartiennent. »

Exemples

Ledermann présente alors une dizaine d'exemples. Le premier et le plus détaillé comprend 274 hommes de 45 ans à 65 ans, la moitié provenant de services de médecine générale, l'autre moitié étant atteinte de cancers des voies aériennes et digestives supérieures. Les malades viennent de Paris et de cinq autres villes françaises. La moyenne de consommation est de 63,5 litres d'alcool pur par an. Il y a un seul abstinent, et deux malades consomment plus de 200 litres d'alcool pur par an. Cet échantillon est donc peu représentatif de la population générale. Ledermann donne l'histogramme en coordonnées logarithmiques (figure 3). Il est bimodal, avec un « creux » vers 60 litres.

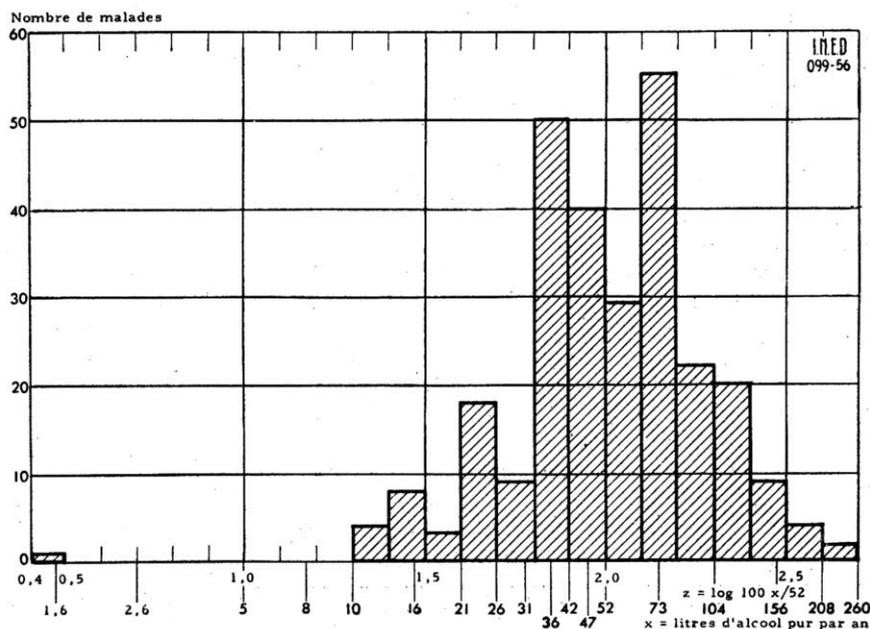


Figure 3 : Répartition de 274 hommes hospitalisés selon leur consommation annuelle d'alcool (échelle logarithmique)

En dressant l'histogramme de chacun des deux sous-échantillons d'après les données de l'auteur, j'ai constaté que chacun d'entre eux présente séparément ce même « creux », ce qui paraît curieux.

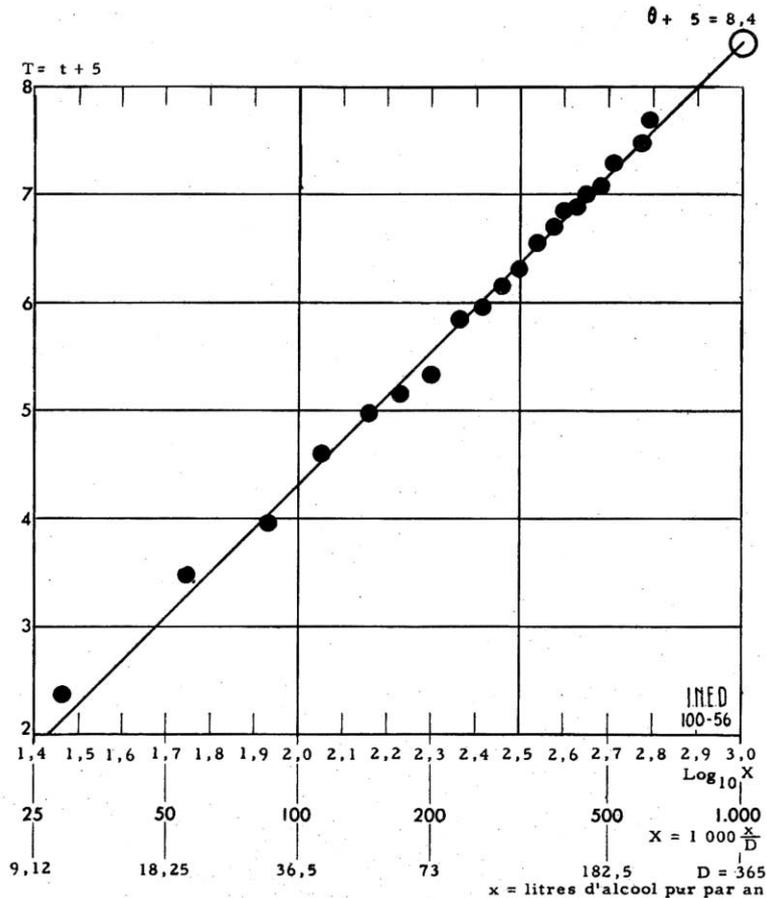


Figure 4 : Répartition des 274 hommes de la figure 3 ; l'alignement des points montre que l'on se trouve en face d'une distribution « normale » du logarithme de la consommation (droite des probits)

Pour prouver la nature log-gaussienne de la distribution, Ledermann utilise la transformation probit (figure 4). On voit que plusieurs points ne sont pas sur la droite. Un test du χ^2 , effectué entre les valeurs observées et celles calculées avec la même moyenne et les mêmes intervalles de classe, montre que les écarts sont statistiquement significatifs. L'exemple proposé par Ledermann ne suit donc pas rigoureusement sa « loi ».

Si on passe au deuxième exemple, on voit que la « droite » des probits est une vue de l'esprit (figure 5). Deux autres exemples se disqualifient d'eux-mêmes car ils concernent des alcoolémies, non des consommations. Aucun des autres exemples n'est strictement conforme au modèle.

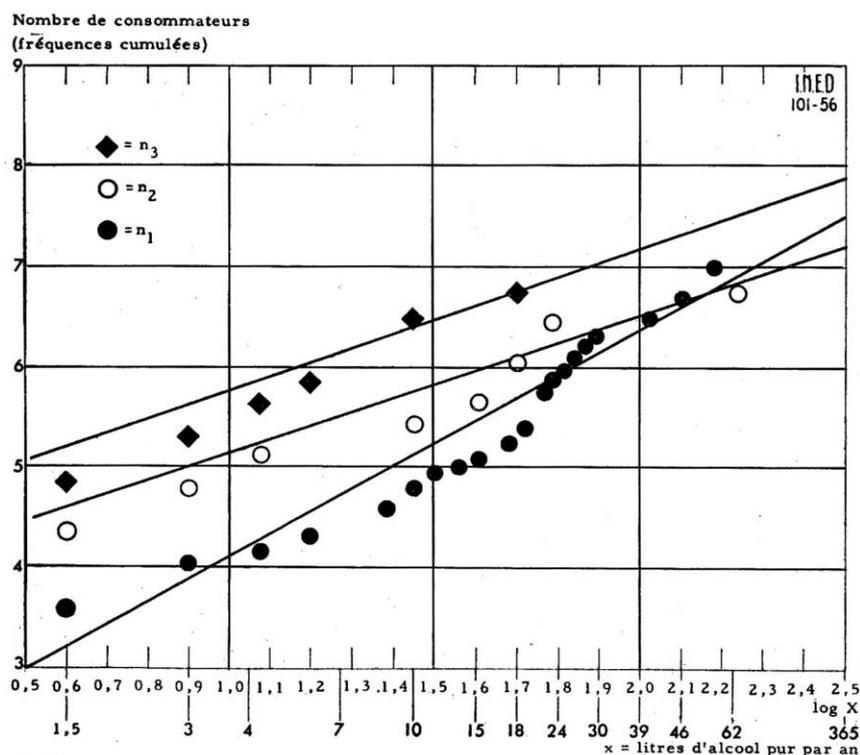


Figure 5 : Répartition d'Italiens résidant aux États-Unis et d'Américains d'origine italienne selon leur consommation de vin ou d'eau-de-vie (droite des probits)

$n_1 = 43$ Italiens résidant aux États-Unis
 $n_2 = 26$ Américains d'origine italienne
 $n_3 = 26$ Américaines d'origine italienne

Critiques

Outre le fait que les exemples choisis par Ledermann ne sont pas convaincants, on peut faire plusieurs remarques.

D'abord, l'idée que les distributions biologiques sont généralement gaussiennes a fait fureur, il y a quelques décennies, mais elle est abandonnée aujourd'hui. Comme l'a dit un humoriste, les biologistes pensaient qu'il s'agissait d'une démonstration théorique, et les mathématiciens supposaient qu'il y avait eu des vérifications expérimentales. Ce n'était pas le cas. Il ne faut pas oublier que la théorie de Laplace-Gauss a été établie pour rendre compte des erreurs de mesure. Or, dans ce cas, il y a une « vraie » valeur et les erreurs sont d'autant plus rares qu'elles sont plus fortes, d'où la courbe en cloche. Même si les distributions biologiques peuvent présenter une certaine régularité, même

si les valeurs modérées sont plus fréquentes que les extrêmes, il n'y a aucune raison pour qu'elles soient spécifiquement gaussiennes.

Ensuite, l'hypothèse de Ledermann ne tient pas compte des abstinentes. Or, ils existent. La figure 6 montre une enquête de terrain, défectueuse comme toutes les enquêtes de ce type. Si elle doit obéir à une loi, on penserait plutôt à celle de Poisson. En tout cas, elle comprend évidemment et forcément des abstinentes.

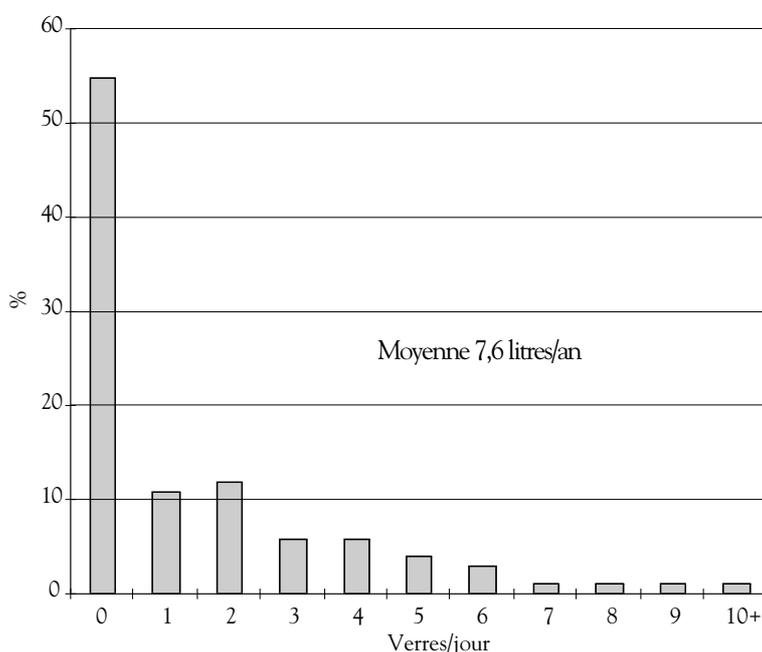


Figure 6 : Consommation moyenne journalière d'alcool de 2 000 sujets de 15 ans et plus (enquête Ireb, 1988)

Enfin, la valeur du carré dépend de l'unité choisie. Le carré de 10 litres = 100 litres. Par ailleurs, 10 litres = 1 000 centilitres, ce qui, au carré, fait 10^6 centilitres soit 10 000 litres. C'est un peu gênant, bien que cela ne perturbe pas une éventuelle proportionnalité.

Utilisation

Certains auteurs ont fait de la « loi du carré » un dogme : si l'on parvient à faire baisser la consommation modérée, la moyenne baissera et les gros buveurs boiront moins, en vertu de cette loi, c'est-à-dire d'une relation fixe

entre moyenne et maximum. Cette opinion est dangereuse en termes de santé publique car, poussée à l'extrême, elle signifie qu'il suffit de mesures douces concernant la publicité ou les heures d'ouverture, et que des mesures spécifiques pour les gros buveurs ne sont pas nécessaires.

En réalité, si les gros buveurs diminuent leur consommation (en vertu de quoi ?), la moyenne baissera forcément. Mais si la moyenne baisse parce que les gros buveurs consomment moins (autocorrélation), l'inverse n'est pas vrai. Si les consommateurs moyens diminuent leur consommation, la moyenne baissera aussi. Mais que feront les gros buveurs ? Vont-ils s'empressement de diminuer leur consommation eux aussi pour se plier à la « loi » de Ledermann ? Il y a certes une tendance à moyen ou long terme mais elle ne valide pas l'hypothèse de Ledermann.

Il faudrait pouvoir comparer des séries temporelles de distributions de consommation pour mieux juger, mais nous n'en disposons pas.

En définitive, la « loi de Ledermann » doit rester une affaire de spécialistes et ne doit pas servir de base à une politique de santé publique.

Jacques Weill

Professeur honoraire des Universités, Tours