Le nombre et le calcul

Introduction

Un nombre est un *concept* abstrait permettant d'évaluer et de comparer des quantités ou des rapports de grandeurs, mais aussi d'ordonner des éléments par une numérotation. Souvent écrits à l'aide d'un ou plusieurs *chiffres*, les nombres interagissent par le biais *d'opérations* qui sont résumées par des règles de *calcul*. Les propriétés de ces relations entre les nombres sont l'objet d'étude de *l'arithmétique*. (inspiré de Wikipédia).

Le concept de nombre peut être *défini par les situations* qui lui donnent sens :

- *La désignation* : c'est un rôle « d'étiquette », indépendant de toute idée de quantification (le bus 194 n'est ni inférieur, ni supérieur au bus 198, et ils n'entretiennent pas non plus de relation ordinales, il ne s'agit ni du 194ème bus ni du 198ème) ;
- *Le rangement (nombre ordinal)* permet de repérer les objets les uns par rapport aux autres (on peut repérer la maison qui porte le n° 49 par rapport à celle qui porte le n° précédent ou suivant ; on peut situer le 25 du mois par rapport à la veille, le 24 et au lendemain, le 26 ; on peut situer chaque concurrent d'une course en fonction de son classement à l'arrivée, etc.)
- *La quantification (nombre cardinal)* : il s'agit de répondre à la question «*combien* de …» ? Il peut s'agir de *l'estimation* d'une collection (environ 20, à peu près 100), ou bien du dénombrement (comptage) exact d'une collection et de sa « *cardinalisation* » : « il y en a N », N est *le cardinal* de la collection. Le cardinal d'une collection permet de garder la mémoire de la quantité et, éventuellement de faire des manipulations opératoires (calculs).
- *Le calcul* permet de déterminer le résultat d'opérations qui consistent en des transformations ou des comparaisons de collections ou de grandeurs.

> NB : L'usage d'une base : au lieu de compter uniquement par unités, on compte "par paquets". La plus fréquente est la base décimale (10), mais on trouve également dans l'histoire des bases binaires (2 : base très utilisée en informatique), sexagésimale (60 : cf. les heures), vicésimale (20 : il en reste des traces dans notre numération, tel le « quatre-vingt), duodécimale (12 : cf. les huitres ou les œufs, qui se comptent pas douzaines), quinaire (5), etc.

Ici nous ne nous intéresserons exclusivement au nombre cardinal et aux calculs

- Les procédures de quantification

Quantifier, c'est s'intéresser au « combien de… ». On distingue *trois façons* de quantifier une collection : le subitizing (ou subitisation), l'estimation et le comptage. Chacune de ces procédures repose sur des réseaux de neurones spécifiques.

• *Le subitizing* est la capacité à percevoir (détecter) précisément, d'un seul coup d'œil (sans comptage) la quantité exacte d'une très petite collection (1 à 3 éléments). Ce mécanisme, très *précoce* (existe d'emblée chez les bébés), très rapide et très précis, fait appel à un système cérébral dédié, nettement distinct du comptage et de l'estimation.

• *L'estimation* permet de produire rapidement des résultats approchés, des *approximations*.

• *Le comptage :* c'est obtenir le cardinal *exact* d'une collection.

L'estimation et le comptage (IRM-f) reposent sur des réseaux dédiés dans les régions pariétales postérieures (bilatérales).

Les aspects cognitifs

Les représentations de la quantité

On distingue deux grands systèmes de représentation mentale des quantités :

- une représentation *analogique*, innée et universelle, qui donne accès à une représentation *approximative* de la quantité

- et une représentation *symbolique* (code verbal et indo-arabe), acquise par apprentissage (scolaire), qui donne accès à une représentation *exacte* de la quantité.

Ces deux modes de représentation se développent selon des processus différents et s'influencent mutuellement : ainsi les représentations analogiques *évoluent* avec la connaissance et la maîtrise des codes symboliques.

Il faut tisser des liens entre les différentes représentations (modèle du triple code : analogique, verbale, indo-arabe) pour aboutir à un concept de nombre complet mature, efficace (pour faire des calculs et résoudre des problèmes).

Nous allons expliciter ces différents aspects.

- Les représentations analogiques

Analogique signifie qu'il s'agit d'une représentation *figurative,* qui entretient des *rapports de ressemblance* avec le modèle. En ce qui concerne les quantités, il s'agit de collections-témoins qu'on peut voir, dessiner, manipuler, … Par exemple : des cailloux, des doigts, des jetons, des traits, un sablier, …

Ces images mentales sont *automatiquement* activées par les situations de comparaison et d'estimation de quantités. Ce codage analogique présente plusieurs particularités :

• De par sa représentation figurative, il traduit *directement* la taille du nombre, c'est-à-dire à sa magnitude, sa grandeur, l'importance de la quantité.

Exemple
Si l'on *dit* un nombre verbalement (= représentation symbolique verbale), par exemple « cent », cela peut rester un *mot*, une suite de sons auxquels on ne rattache pas de signification précise (comme, par exemple, sto, sută ou honderd[51] !), sans aucune relation avec *la grandeur* que ce nombre représente.
Au contraire, si je dessine une suite de cents trait ou si je fais un tas de cents cailloux (= représentation analogique), je *vois* qu'il y en a beaucoup, beaucoup plus que si j'ai représenté les quantités huit, ou vingt-sept ou soixante : la représentation analogique de la quantité donne un accès direct à la représentation de la grandeur du nombre, à l'importance de la quantité qu'il désigne.

En ce sens, il s'agit-là d'un aspect *fondateur* du « sens du nombre ». Il donne un *accès sémantique*, ce qui signifie qu'il donne accès à la signification du nombre (sa taille).

• *Très précoce* (~ inné), du moins dans ses aspects précurseurs, très robuste, *universel et indépendant du langage*, le codage analogique est accessible non seulement aux bébés (cf. plus loin) mais aussi à tous ceux qui n'ont pas de code symbolique à leur disposition (illettrés, dysphasiques, etc.). On en trouve des traces très anciennes dans l'histoire de l'humanité (utilisation de cailloux, dont le mot latin « calculus », a donné le mot « calcul »). Avant 5-7 ans, les jeunes enfants tout-venants ont d'ailleurs de meilleures performances lorsqu'ils utilisent un codage analogique (jetons, doigts[52], buchettes).

• Cette capacité à évaluer approximativement une quantité est sensible à i)- *l'effet de taille* des collections à estimer ou comparer : l'estimation est d'autant plus précise que la collection est plus petite et ii)- *l'effet de distance* : la comparaison de deux quantités est d'autant plus exacte rapide que les deux quantités *diffèrent* fortement.

• La représentation analogique des quantités est la base d'*une organisation mentale* des quantités : la plupart des individus organisent mentalement les nombres sur une *ligne mentale analogique* virtuelle, imaginaire. Les nombres y sont placés de gauche à droite en fonction de leur taille, les plus petits à gauche, les plus grands de plus en plus à droite.

- Les représentations symboliques

Symbolique signifie : qui utilise un code arbitraire mais conventionnel (une communauté s'est mise d'accord pour leur accorder une signification commune), des signes sans rapport de ressemblance, sans lien objectif avec ce qu'ils désignent.

Exemple
Le mot *douăzeci*[53] ne dit pas si c'est plus ou moins que *doisprezece*[54], ni quels sont les rapports entre les deux. De même, si l'on ne connait pas le code indo-arabe, rien ne précise la quantité ou la grandeur que désignent les signes 8 ou ∞.

On parle de symbole ou de code verbal (pour les mots qui désignent les nombres, qu'ils soient dits oralement ou écrits en lettres) ou encore de code indo-arabe pour les nombres écrits en chiffres. Ces représentations symboliques sont apprises en famille mais surtout à

51 : Il s'agit du mot « cent » en … serbe, roumain et néerlandais !

52 : R. Brissiaud, 1991, Un outil pour construire le nombre : les collections-témoins de doigts, in « Les chemins du nombre », P. U. de Lille

53 : Vingt, en roumain

54 : Douze, en roumain

l'école ; elles permettent *la quantification exacte,* trouver le « combien de… », le cardinal d'une collection. Elles sont aussi le support de manipulations de quantités (ajouter, enlever, distribuer, comparer, …) qui se traduisent par des *opérations sur les nombres* (les calculs) et permettent *la résolution de problèmes*.

Le code symbolique permet de *compter* et donc de trouver exactement « combien de…» il y a. Compter, c'est réciter la suite ordonnée des mots-nombres[55] (un, deux, trois, quatre, …) en associant chaque mot à la désignation d'un élément de la collection à compter. Cela a l'air simple et évident mais c'est en fait une procédure complexe qui doit apprise par les jeunes enfants.

Exemples Il faut être capable de *s'abstraire* de la nature des éléments à compter : par exemple, être capable de « mettre ensemble » des fourmis et des éléphants pour compter le nombre total d'animaux ; ou encore comprendre que trois fourmis et trois éléphants, cela fait toujours « trois pareil », même si les éléphants occupent beaucoup plus de place (beaucoup de petits pensent qu'ils y a des « gros » trois et des « petits » trois !) Il faut connaitre parfaitement la comptine des mots-nombres et les réciter *dans l'ordre*, sans oubli ni erreur Il faut ne compter *ni trop vite, ni trop lentement* mais associer exactement un mot de la suite des nombres à une désignation d'un élément de la collection Il faut comprendre que l'élément que je désigne au moment où je dis « huit » *ne s'appelle pas* « huit » (ce n'est *pas* l'élément numéro 8). Je pourrais commencer mon comptage ailleurs dans la collection, ou disposer les éléments différemment, et ce serait alors un autre élément que je désignerai au moment de dire « huit » ; ce qui fait « huit » au moment où je l'énonce, ce n'est donc *pas* l'élément désigné à ce moment-là mais *l'ensemble* des éléments désignés jusque-là.

Ainsi le comptage peut être faux en raison de l'absence, de l'immaturité ou du caractère erroné *d'un ou plusieurs* des principes ci-dessus.

Le code verbal, très dépendant des capacités langagières, permet aussi la mémorisation des quantités et du résultat de petites opérations (calcul mental, tables de multiplications, …).

Le code indo-arabe lui, très dépendant des capacités spatiales (numération de position) est universel et indépendant de la langue.

En synthèse,

	Représentation analogique	Représentation symbolique
Type de quantification	Approximative (évaluation)	Exacte (comptage)
Intérêt	Sens du nombre	Calculs précis
Origine	Inné (Mais évolue avec l'apprentissage scolaire)	Enseignement, scolarité
Caractéristiques	- Effet de taille - Effet de distance	- Code Verbal : dépend de la langue et des capacités langagières - Code Indo-arabe : réclame des compétences visuo-spatiales

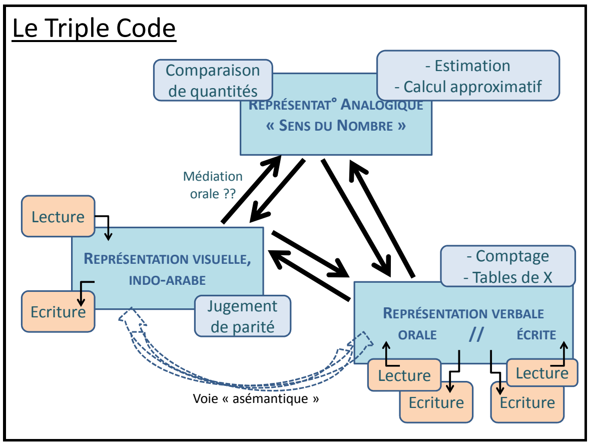
La coordination progressive de ces représentations (analogique et symboliques) au cours de la scolarité conditionne l'efficacité et la réussite des activités arithmétiques.

55 On appelle ainsi les mots qui désignent les nombres

La coordination des différents systèmes de représentation de la quantité

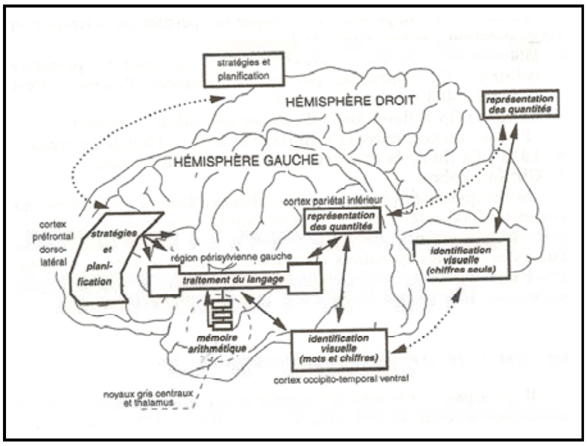
Le *modèle du triple code*, (Dehaene S., 1991, 1992), est celui qui, actuellement, rend pleinement compte des observations cliniques, qu'elles concernent le développement normal ou pathologique, chez l'enfant et chez l'adulte. Il fait apparaître 3 sous-systèmes spécifiquement activés en fonction du code utilisé mais aussi en fonction de la tâche.

a) Le triple code et les tâches arithmétiques associées



• **Légende (fig. a)** : il est possible de passer *directement* du code indo-arabe au code oral (et inversement) sans médiation par la signification (la représentation analogique, sémantique) du nombre (voie « asémantique »). Ex : On peut *dire* « vingt-trois » en voyant écrit /23/ sans savoir que ce nombre est plus grand que 19, où il se situe dans la suite des nombres, quelle est la taille de la collection qu'il qualifie, sans pouvoir donner 23 éléments, etc… On peut considérer qu'il s'agit alors d'une « lecture/écriture » sans accès au sens, de même que je peux « lire/écrire » le mot /boustrophédon/ sans lui assigner de sens ...

b) corrélats cérébraux[56]



• **Légende (fig b)** : Les régions pariétales (bilatérales), en particulier les sillons intra-pariétaux sont le support du sens du nombre, des représentations analogiques des quantités[57]. « (Cette figure est) partielle et encore hypothétique, (…). Quoique les deux hémisphères sachent manipuler les chiffres arabes et les quantités numériques, seul l'hémisphère gauche dispose d'une représentation linguistique des nombres et d'une mémoire verbale des tables arithmétiques» (S. Dehaene, op. cit.).

Chez l'enfant, on note les mêmes activations, à ceci près que les activations (en IRM-f) se déplacent progressivement avec les années vers un réseau temporo-pariétal gauche[58], en particulier sous l'influence de l'apprentissage du code indo-arabe.

56 : In S. Dehaene, La bosse des maths 15 ans après, 2011, Odile Jacob, p. 216

57 : Dehaene S. et al, 2003, Three parietal circuits for number processing, *Cognitive Neuropsychology*, 20, 487-506

58 : Rivera S.M. et al, 2005, Developmental changes in mental arithmetic : evidence for increased functional specialization in the left inferior parietal cortex.

En synthèse :

Type de représentation	Rôle	Corrélats cérébraux
Analogique	- *Innée* →comparaison, estimation approximative de quantités (magnitude, accès sémantique *indépendant de la langue*)	Sillons intra-pariétaux (bilat.)
Symbolique verbale	- Acquisition dans l'enfance, dépendant de la langue, dès 18 mois-2 ans (familial), puis scolaire. - Rôle des doigts ? → Calculs exacts, comptages, mémorisation (calcul mental)	Région temporale peri-sylvienne *gauche* (+ gyrus angulaire gauche)
Symbolique indo-arabe	- Enseignement scolaire - Code positionnel de base 10 (Importance des traitements visuo-spatiaux). Indépendant de la langue. → Calculs exacts, opérations arithmétiques (pose et résolution)	Régions occipito-temporales (bilat.)

Les aspects développementaux

Le sens du nombre

Sous ce titre nous envisagerons les aspects précoces (innés) de la cognition numérique chez les bébés. Ces travaux montrent que ces compétences sont *universelles* (indépendantes de la culture, de l'éducation) et reposent sur une représentation analogique de la quantité.

La perception de la numérosité

Chez le bébé, des travaux ont montré des activations cérébrales clairement différentes selon que l'on présente à l'enfant des objets ou des numérosités.

Les nouveau-nés (âgés de 48 heures) peuvent déjà discriminer[59] de petits nombres d'objets : ils peuvent discriminer entre 2 et 3 et inversement (mais pas entre 3 et 4)[60]. La perception de numérosités plus importantes (8, 12, 16, 32 éléments) suit la loi de « l'effet de distance » : c'est *le rapport* entre les deux numérosités proposées qui permet de prédire si l'enfant les distinguera ou non.

> Exemple
> Les bébés de 6 mois distinguent 8 de 16 mais pas 8 de 12, ou 16 de 32 mais pas 16 de 24. Ainsi à 6 mois, ce rapport doit être de ½ ; à 9 mois, les bébés perçoivent la différence entre deux numérosités de rapport 2/3, alors qu'à 3-4 ans, le rapport optimum est de 3/4 et à 6-7 ans, de 4/5, tandis que les adultes discriminent 2 quantités si elles sont dans un rapport de 10/11.

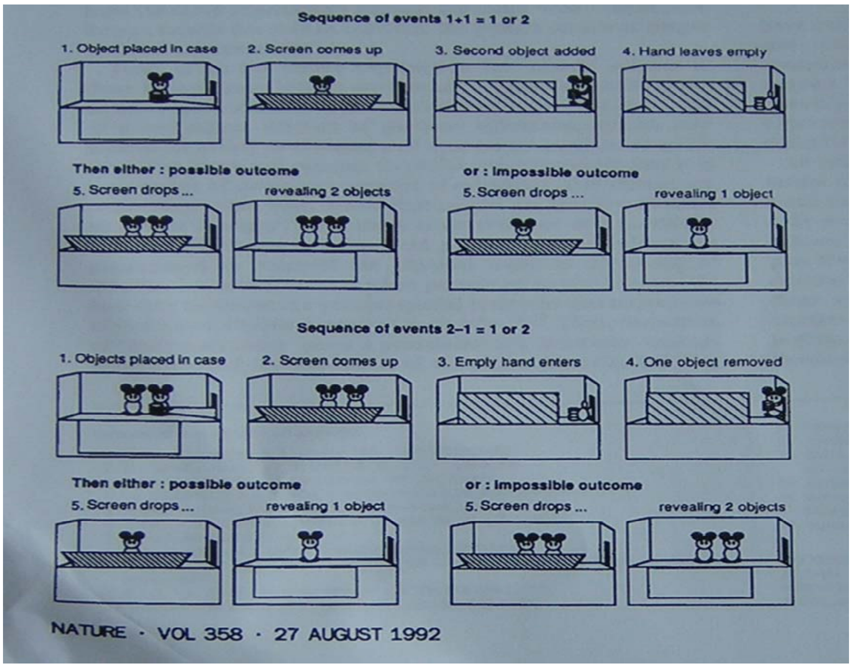
Les opérations numériques chez le bébé

Les expériences de Wynn (Nature, 1992) sont particulièrement célèbres et ingénieuses. Elles s'appuient sur le paradigme du regard préférentiel (cf. introduction), en proposant de petites opérations (1+1, ou 2-1) et leur résultat soit correct (1+1=2 ; 2-1=1), soit impossible (1+1=1, 1+1=3, 2-1=2). Si l'enfant détecte l'étrangeté, la

59 : Ces travaux contrôlent bien sûr les aspects non numériques du matériel présenté (organisation spatiale, taille, surface, densité) et portent sur des stimuli visuels divers (nuages de points, images, …) et/ou des séquences de sons.

60 : Antel S.E & Keating D.P, 1983, Perception of numerical invariance in neonates, *Child development*, 54,695-701

proposition erronée, les temps de fixation oculaire seront *significativement* plus longs pour les évènements impossibles que pour les résultats exacts.



Légende :
Bébés de 4 et 5 mois (regard préférentiel)
- Condition « addition »
On place, au vu de l'enfant, 1 Mickey sur un petit théâtre. Puis un écran mobile cache le Mickey. Ensuite, toujours *au vu de l'enfant*, on introduit ostensiblement un second Mickey derrière le cache. Enfin l'écran s'abaisse, révélant soit 2 Mickeys (normal) soit 1 Mickey (impossible)

Après de nombreuses critiques (en particulier portant sur l'interprétation de ces résultats, peut-être perceptifs plutôt que numériques), ces résultats ont ensuite été confirmés par d'autres auteurs61 répliquant l'expérience et la complétant (par exemple pour des numérosités plus importantes62).

> NB. En dépit de ces compétences numériques certaines, il ne s'agit pas d'extrapoler à l'idée que les bébés possèderaient le « concept de nombre » qui suppose, comme nous l'avons dit plus haut la coordination de plusieurs volets cognitifs dont le bébé ne dispose pas encore (cf. diapo de synthèse p. 9).

- Le développement de la représentation analogique des nombres

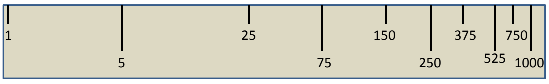
Sous l'influence de l'apprentissage progressif des codes symboliques, les estimations approximatives seront de plus en plus précises, et ce pour des quantités de plus en plus importantes (l'effet de taille augmente). Simultanément, la comparaison approximative de collection (où y a-t-il plus de …) s'affine et devient efficace pour des collections qui sont de plus en plus proches en taille (l'effet de distance s'affine).

Enfin, *l'organisation mentale* des nombres sur une ligne mentale virtuelle (appelée ligne mentale analogique) se précise : initialement, les grands nombres sont comme « compactés » sur la droite, car les grands nombres, peu familiers, sont sous-estimés (on parle de représentation logarithmique, cf. illustration ci-dessous pour les nombres de 0 à 1000). Peu à peu, cette représentation devient de plus en plus régulière, respectant les écarts réels entre les nombres (on parle alors de représentation linéaire des nombres sur la ligne mentale analogique).

61 : Simon, T., Hespos, S., & Rochat, P. (1995) Do infants understand simple arithmetic? A replication of Wynn (1992). Cognitive Development, 10, 253-269.

62 : McCrink K and Wynn K. 2004. Large-number addition and subtraction by 9-month-old infants. Psychol Sci. 15(11):776-81.

Exemple de représentation logarithmique de la position des nombres de 0 à 1000 sur une ligne mentale analogique



Il existe une relation significative entre l'âge et la proportion d'enfants qui ont **une représentation linéaire des nombres de 0 à 1000** :

- 97% des adultes,
- 72 % des jeunes niveau 6ème,
- 38% de ceux de niveau CM1
- et seulement 9 % des CE1

Légende : La ligne numérique mentale reflète la représentation que se fait l'enfant de la « taille » des nombre : elle traduit son « sens du nombre ».

Le passage progressif d'une représentation « logarithmique » (les grands nombres, sur la droite, ne respectent pas les intervalles réels) à une représentation linéaire (les intervalles entre les nombres sont respectés) est très important, lié à l'évolution des apprentissages arithmétiques à l'école.

Ainsi par exemple, les jeunes enfants de CE1 *doivent* avoir une représentation linéaire des nombres de 0 à 100 : cela traduit qu'ils ont un sens du nombre correct pour l'intervalle 0-100, ce qui est indispensable pour poursuivre leur scolarité arithmétique dans de bonnes conditions.

Le développement du code verbal

Quelques repères chronologiques

• Vers 2 ans, l'enfant repère que les noms de nombres correspondent à une quantité (et non à un aspect perceptif caractérisant les objets en eux-mêmes, comme la taille, le poids ou la couleur). Vers 2 ½ - 3 ans, l'enfant met précisément en relation le mot /deux/ et une collection de 2 objets ; le terme /trois/, lorsqu'il est employé, prend la signification élargie de « plus que 2 ». Ce n'est que vers 3 ans que le mot /trois/ désignera précisément une collection de 3 éléments.

• Ensuite (env. 4 ans), l'enfant apprend les noms de nombre et sait qu'ils recèlent une organisation particulière (ordre sériel) sans pouvoir la maîtriser. A ce stade, il produit une suite de mots-nombres courte et aléatoire (ex : 1,2,3,5,7,4 puis 1,2,3,6,8,2 à un autre moment). Progressivement, la longueur de la chaîne numérique verbale s'accroit, comprenant une partie dite « conventionnelle » (respect de l'ordre sériel) de plus en plus longue, suivie d'une partie « non conventionnelle » mais stable (l'enfant produit toujours la même suite, y compris dans sa partie « fautive »).

• Vers 4 ½ - 5 ans, les enfants commencent à utiliser la combinatoire et à anticiper certaines règles de généralisation (vingt, vingt-et-un → trente, trente-et-un, etc.). Comme pour le langage oral, on peut noter la production « de bonnes fautes » (ex : « vingt-huit, vingt-neuf, vingt-dix ») qui traduisent une bonne compréhension du système.

• Puis (5-7 ans) la chaîne numérique s'allonge, elle devient sécable (l'enfant peut compter à partir de n'importe quel nombre et n'est pas obligé de commencer à 1), le comptage à rebours devient possible. Le comptage s'automatise et devient utilisable pour de petits calculs.

L'influence de la langue

Les langues indo-européennes (occidentales et anglo-saxonnes) sont très opaques dans la mesure où elles sont très irrégulières : de nombreux « mots-nombres » doivent être appris chacun comme des mots nouveaux (cf. onze, douze, treize, quatorze, quinze, seize, puis vingt, ..), sans que rien ne marque leur ordre dans la série ni ne marque la place spécifique du 10.

Exemple

En français, il faut *apprendre par cœur* que /quinze/ est avant /seize/ et après /quatorze/ car ces dénominations sont tout à fait arbitraires, contrairement aux langues régulières, comme le chinois où ces nombres se disent /dix-quatre/, /dix-cinq/, /dix-six/, etc., où 20 se dit /deux-dix/ ; 30, /trois-dix/ et 37 /trois-dix sept/, etc. Une fois que l'on connait les premiers nombres, on peut déduire facilement le nom des suivants.
C'est pourquoi au-delà de 10, l'avance des jeunes chinois à 5 ans est nette : ils comptent jusqu'à 100 (jusqu'à 40 pour les enfants américains ; idem pour les jeunes français).
D'autres particularités sont *propres au français* (France) :
Un même mot (/un/) désigne soit le singulier (un jour/des jours), soit le nombre 1 (1 jour/ 3 jours). Ceci a une incidence significativement négative sur les capacités de comptage des petits français (par rapport à des enfants anglophones) à l'âge de 2 ans[63].
Les irrégularités verbales après 69 et après 89 (séries 70 et 90) constituent une difficulté supplémentaire dont on peut encore percevoir les effets négatifs jusqu'en CE1/CE2[64]. Les belges et les suisses ne rencontrent pas ce problème supplémentaire (septante, octante, nonante).

Le rôle des doigts

Le lien entre les doigts de la main (représentation analogique pour de petites quantités) et le code verbal peut être considéré à 2 titres :

- en tant que lien fonctionnel : l'usage des doigts permet disposer d'une collection-témoin[65] pour maintenir la trace du comptage en cours et soulager la mémoire de travail ; cela facilite donc aussi bien l'acquisition du code numérique que son utilisation ;
- en tant que lien structurel : il existe en effet un lien de proximité des aires cérébrales (pariétales) liées au calcul et celles dédiées aux afférences perceptivo-tactiles des doigts de la main (gnosies digitales).

L'apprentissage du code indo-arabe

Cet apprentissage est toujours conduit en lien étroit avec le code oral.

Simple et économique (10 symboles, les chiffres de 0 à 9), le code arabe présente cependant des difficultés particulières pour les apprenants :

• C'est une notation *positionnelle*, qui réclame *donc* des compétences spatiales aussi bien pour la lecture/écriture des nombres que pour la pose et la résolution des opérations ;

• La *non-congruence* entre le code verbal, les unités-mots, et la notation chiffrée (ex : /cent-vingt/ → 10020), aggravée par les irrégularités de la langue (/quatre-vingt-douze/→ 42012 ou 8012) est un obstacle classique pour les enfants en cours d'apprentissage.

> NB : L'absence de transparence de la base 10 dans les langues occidentales et les irrégularités des séries 70 et 90 en français ont un impact négatif net sur l'apprentissage de la numération écrite et les transcodages (transposition d'un code à un autre). Ainsi, en CE1, près de 20% des enfants font encore

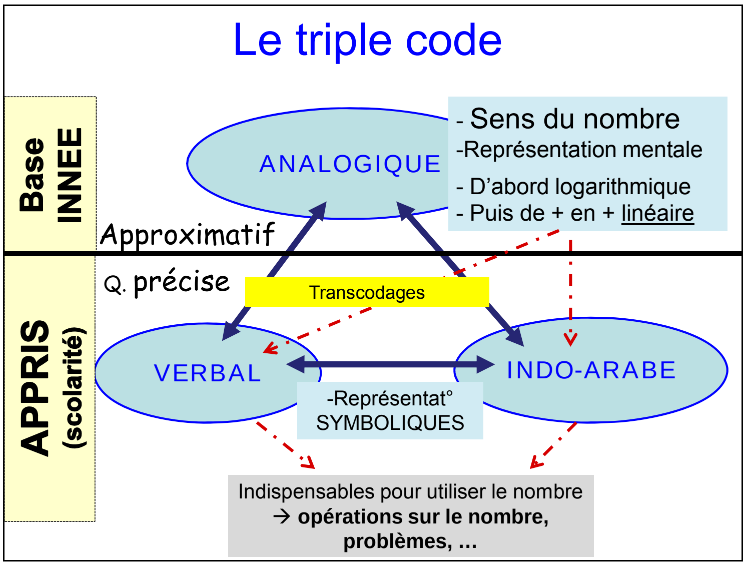
63 : Houdé O., Tzourio-Mazoyer N., 2003, *Opinion:* Neural foundations of logical and mathematical cognition, Nature Reviews Neurosciences. 4, 507-514

64 : Séron X. et Fayol M., 1994, Number transcodingin children : a functional analysis, *British Journal of Developmental Psychology*, 12, 281-300

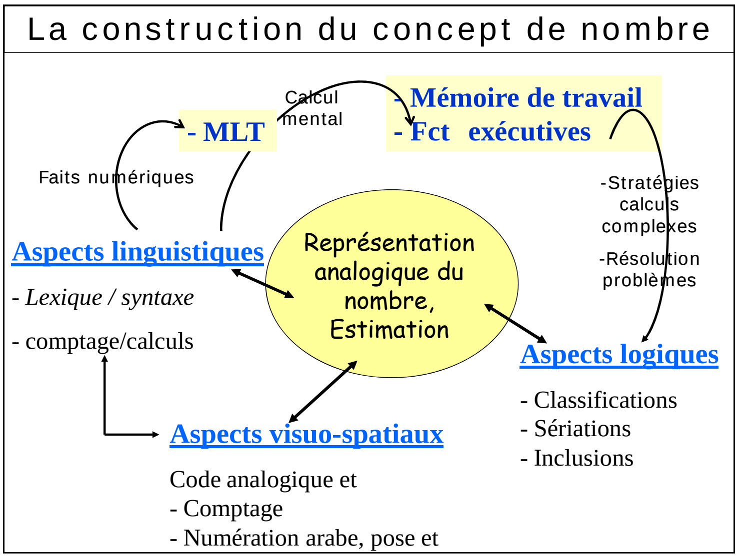
65 : Brissiaud R., 1989, Comment les enfants apprennent à calculer, Retz

des erreurs pour passer du code analogique au code arabe et inversement, ou du code graphémique (lettres) au code arabe[66].

Conclusion-Synthèse



Légende : Les différentes représentations du nombre et leurs inter-relations. Innés/acquis sont interdépendants : les enfants n'apprennent pas à partir de rien ... *Cependant*, la question de savoir s'il y a – ou non – *continuité* entre les compétences précoces du bébé, celles des jeunes enfants en début d'apprentissage du code verbal et les acquisitions ultérieures (codes symboliques, transcodages, opérations) reste encore très débattue[67].



Légende : Fonctions cognitives impliquées dans les apprentissages numériques
MLT : mémoire à long terme – Fct : fonctions

66 : Jarlegan A., Fayol M., Barrouillet P., 1996, De 60 à 72 et inversement, une étude du transcodage chez les enfants de 7 ans, *Revue de Psychologie de l'Education*, 1, 109-131

67 : Houdé et Guichard E., (2001), Negative priming effect after inhibition of number/length interference in a Piaget-like task. *Developmental Science*, 4(1), 119-123

Les pathologies développementales (dyscalculies)

Définition

Les dyscalculies sont un trouble *spécifique* des compétences numériques et des habiletés arithmétiques chez des enfants d'intelligence normale, sans déficit neurologique acquis, ayant bénéficié d'actions éducatives et scolaires « habituelles ».

Fréquence : Les études épidémiologiques sont rares, et les critères d'inclusion dans la catégorie « dyscalculique » peuvent varier : le rapport Inserm (expertise collective, 2007) fait état d'une prévalence de 3,6% à 7,7% selon les études. Une étude[68] portant sur plus de 1000 enfants de 9 à 10 ans trouve que 1,3% des enfants ont des difficultés *isolées* en mathématiques, confirmée par des études plus récentes[69].

Différentes dyscalculies

De ce qui précède, on comprend que l'on peut donc rencontrer chez l'enfant, *différentes* dyscalculies :

Le trouble du « sens du nombre » : Cette dyscalculies, en relation avec un déficit des compétences précoces (perception de la numérosité, subitizing, représentation mentale des nombres sur une « ligne analogique », estimation des quantités), sont souvent dénommées dyscalculies « vraies » ou « spécifiques ».

C'est la seule dyscalculie qui constitue *un diagnostic.*

Des remédiations spécifiques peuvent alors être proposées (logiciels tels que « la course au nombres »[70], « l'estimateur »[71], …) qui visent à *rétablir un lien* entre d'une part la connaissance des mots-nombres et leur écriture indo-arabe et d'autre part la représentation analogique de leur taille, leur signification, leur sémantique.

Les « dyscalculies-symptômes »

Les difficultés en numération et calcul sont *la conséquence* d'un déficit en amont, *dans un autre secteur de la cognition* (fig. b, page 9) : langage, gnosies, traitements visuo-spatiaux (on parle alors souvent de dyscalculie spatiale), mémoire de travail, fonctions exécutives, etc. Il convient donc, à partir de ces symptômes (le déficit particulier d'apprentissages arithmétiques chez des enfants intelligents), de « remonter » jusqu'au diagnostic, à savoir le trouble ou les trouble(s) cognitif(s) qui, en amont, en sont responsable(s). C'est l'objet du bilan neuropsychologique. Dans ce cadre, on comprend bien la grande de l'association de ces dyscalculies-symptômes avec d'autres dys- (dyslexies, dyspraxies, dysphasies, …) qui en sont en fait la cause, même si c'est le trouble du calcul qui a été mis en avant ou qui a motivé la première consultation.

---

68 : Lewis, C., Hitch, G. J., & Walker, P., 1994, The prevalence of specific arithmetic difficulties and specific reading difficulties in 9 to 10-year-old boys and girls. *Journal of Child Psychology, 35*, 283-292.

69 : Vannetzel L., Eynard L.A. & Meljac C., 2009, Dyscalculie, une rencontre difficile : étude d'une population d'enfants consultant dans un centre de référence pour troubles des apprentissages, *ANAE*, 102, 13-144

70 : *La course aux nombres* (nom original : The Number Race) est un logiciel développé par l'unité de neuroimagerie cognitive de l'INSERM-*CEA*, en téléchargement gratuit sur leur site.

71 : Vilette B,Mawart C & Rusinek S., 2010, L'outil Estimateur, La ligne numérique mentale et les habiletés arithmétiques, *Pratiques psychologiques*, 16, 203-214

Des études montrent une corrélation étroite entre les capacités en lien avec les performances en lecture et dyscalculies[72]. L'hypothèse qu'il s'agisse pour certaines, en amont, d'un déficit de la mémoire de travail (MT) est bien documentée[73]. Les performances en MT en début de CP sont corrélées avec la qualité (la maturité, l'efficacité) des stratégies de comptage, de calcul mental, de calcul « réfléchi » et de résolution d'additions[74]. Ainsi, l'étude citée plus haut[20] montre aussi que si 1,3% des enfants de 9-10 ans ont des difficultés isolées en calcul, 3,9 % ont des difficultés en lecture et 2,3% ont des difficultés dans *les deux domaines.*

On comprend aussi l'importance primordiale de l'analyse qualitative des troubles et de la démarche diagnostique lorsqu'une dyscalculie est évoquée (choix des outils d'évaluation, méthodologie, interprétation des résultats). En effet, *seul un diagnostic précis*, qui cherche à élucider les mécanismes cognitifs sous-jacents aux difficultés de l'enfant (bilan qui ne se limite donc pas aux activités mathématiques) permet d'envisager des aides, rééducations et/ou adaptations pertinentes et efficaces, *en lien avec le trouble initial*.

Une petite bibliographie pour aller plus loin

- S. Dehaene, La bosse des maths 15 ans après, Odile Jacob, 2011

- M. Fayol, L'acquisition du nombre, Puf, collection « Que sais-je ? », 2012

- Habib M., Noël M.P., George-Poracchia F. & Brun V., 2011, Calcul et dyscalculies, des modèles à la rééducation, éd. Masson

- http://www.aboutdyscalculia.org/MolkoDehaeneWilson_LaRecherche2004.pdf

72 : Hecht S et al, 2001, The relations between phonological processing abilities and emerging individual differences in mathematical skills : a longitudinal study from second to fifth grades. *Journal of Experimental Child Psychology*, 79, 192-227

73 : Siegel LS & Ryan EB, 1989, The development of working memory in normally achieving and subtypes of learning disabled children, *Child Development*, 60, 973-980

74 : Noël MP, Seron X & Trovarelly F., 2004, *Working memory as a predictor of addition skills and addition strategies in children, Current Psychology of Cognition*, *22/1*, p. 3-25